

## 不確定性を有する入力地震動に対する分散型TMDのロバスト最適配置・精度評価法

Robust and optimal placement of distributed TMDs and accuracy evaluation of the method toward uncertain seismic input motions

東京電機大学未来科学部建築学科 准教授 山川 誠

### (研究計画ないし研究手法の概略)

#### 1. はじめに

シェル・空間構造のように形状が複雑で構造形式が多様な建造物の振動制御には、支点が必要なく設置自由度の高いTMD(Tuned Mass Damper)が有効と考えられる。そのような要求に対し、複数小型TMDの空間的な分散配置であるMTMD (Multiple TMD)システムの適用が提案されている。ただし、空間構造へのTMD設置においては、固有振動数の近接した複数モード励起によるモード形状の変化、および配置箇所以外も含む建造物全体としての振動制御が求められ、既往の定点理論に基づく単一モード制御法では対応が難しいことが知られている。空間構造へのTMD利用においては、装置特性と空間的配置の両方の合理的決定が求められる。このようなシステムの設計は、混合整数計画として定式化することができる。本研究では、停止規則に順序統計量を利用したRandom Search (RS)と局所探索法を組み合わせることにより、事前に割り当てられた精度を確率的に満たすことが保証された最適設計法を提案する。ここでは、数値解析例として2次元アーチ構造の振動モード制御において、有効なTMD特性を調べ、設計問題の基本的性質を検討する。

#### 2. MTMD最適設計問題

設計すべきTMDのパラメータは装置の質量、減衰、剛性であり、これらをそれぞれ  $\mathbf{m}=(m_1, \dots, m_N)$ ,  $\mathbf{c}=(c_1, \dots, c_N)$ ,  $\mathbf{k}=(k_1, \dots, k_N)$  と表し、まとめて  $\mathbf{x}=(\mathbf{m}, \mathbf{c}, \mathbf{k}) \in \Omega(N)$  と表す。ここに、 $N \in \mathbb{N}$  はTMD装置数、 $\Omega(N) \subset \mathbb{R}^{3N}$  はTMDパラメータ  $\mathbf{x}$  の許容集合とする。さらに、主体架構にTMDが設置されたシステム全体の周波数応答関数行列を  $\mathbf{G}(i\omega)$ 、伝達関数ノルムのピーク値を  $\|\mathbf{G}(i\omega)\|$  と表す。ここで、 $\omega$  は角周波数とする。この  $\|\mathbf{G}(i\omega)\|$  はシステムの  $H_\infty$  性能と呼ばれ、不確定な入力に対する最悪ケース解析の一種と言える。

システムにおけるTMDの配置可能箇所を  $1, \dots, s$  と番号づけ、 $N$  個の整数変数  $y_i$  ( $i=1, \dots, N$ ) に配置可能箇所の番号を割り当て、TMD配置パターンを  $\mathbf{y}=(y_1, \dots, y_N) \in I(N)$  と表す。ここで、 $I(N) \subset \mathbb{N}^N$  は許容なTMD配置パターン全てからなる集合とする。通常のTMD設計問題とMTMD設計問題の定式化上の違いは、異なる特性を持つTMDを同位置へ複数配置することを許容するかどうかと言える。以上の考えから、 $s$  種類の組合せから重複を許容して順番を区別せずに  $N$  をとる組合せ、すなわち、重複度  $N$  の多重集合

$$\{\overbrace{(1, \dots, 1)}^{N \text{ times}}, \dots, \overbrace{(s, \dots, s)}^{N \text{ times}}\} \quad (1)$$

から作られる  $N$ -組合せのすべてからなる集合を許容なTMD配置パターン集合  $I(N)$  とする。

空間構造へのTMD利用においては、装置特性と空間的配置の両方を決定しなければならない。許容なTMDパラメータ集合  $\Omega(N)$  および配置パターン集合  $I(N)$  はTMD設置数  $N$  に依存するので、上記の設計変数に、 $N$  も設計変数として加える。以上から、システム周波数応答のピーク値を低減させるMTMD設計問題

$$\left. \begin{array}{ll} \text{Find} & \mathbf{x}, \mathbf{y}, N \\ \text{which minimizes} & g(\mathbf{x}, \mathbf{y}) \equiv \|\mathbf{G}\|_{\infty} \\ \text{subject to} & \mathbf{x} \in \Omega(N), \mathbf{y} \in I(N), N \in \{1, \dots, N_{\max}\} \end{array} \right\} \quad (2)$$

を定義する。前述のように、 $\mathbf{x}$  は実数変数、 $\mathbf{y}, N$  は整数変数であるので、設計問題(2)は混合整数計画問題として定式化される。

### 3. 確率的に精度保証された最適化法

設計問題(2)において、整数変数  $\mathbf{y}, N$  の決定には総列挙、 $\mathbf{x}$  の決定にはRSを適用することを考える。確率分布に一様分布を与えたRSはPure Random Search (PRS)と呼ばれ、最も基本的なRSである。本研究ではPRSを採用し、関数  $g(\mathbf{x}, \mathbf{y})$  について、 $\mathbf{y}$  が与えられ  $\mathbf{x}$  のみを変数とする場合に  $g(\mathbf{x}; \mathbf{y})$  と表し、 $n$  回のPRS試行から得られる  $g(\mathbf{x}; \mathbf{y})$  の標本値列を

$$Z_1 = g(\mathbf{x}_1; \mathbf{y}), Z_2 = g(\mathbf{x}_2; \mathbf{y}), \dots, Z_n = g(\mathbf{x}_n; \mathbf{y}) \quad (3)$$

と表す。ここで、 $Z_1, Z_2, \dots, Z_n$  はそれぞれ独立であるが、同一の累積分布関数  $F(\cdot)$  を持つ確率変数列とする。この確率変数列  $Z_1, Z_2, \dots, Z_n$  を昇順に並べ替え

$$Z_{1,n} \leq Z_{2,n} \leq \dots \leq Z_{n,n} \quad (4)$$

と表す。式(4)における第  $k$  番目の確率変数  $Z_{k,n}$  ( $1 \leq k \leq n$ ) は第  $k$  順序統計量と呼ばれる。関数  $g(\mathbf{x}; \mathbf{y})$  の正確な最小値を求めることは困難であるので、第  $k$  順序統計量  $Z_{k,n}$  をその代わりとして用いる。このとき、 $(k, n) = (1, 459)$  と選べば、確率変数  $X \in \Omega$  に対して

$$\Pr\{F(Z_{1,459}) \leq 0.01\} = \Pr\{X \in \Omega \mid g(X; \mathbf{y}) \leq Z_{1,459}\} \geq 0.99 \quad (5)$$

が成立することを示せる。式(5)は「 $Z_{1,459}$  が分布全体の上位1%以内に入る確率は99%以上」を意味する。手順としては、PRSを適用して得られる459標本中の最も大きい標本値を調べるだけであり、積分計算等の複雑な処理は必要とされない。このような簡便な手続きから、式(5)の意味での精度保証を行うことが可能である。

設計問題(2)は混合整数計画問題である。固定した  $\mathbf{y}, N$  に対し  $\mathbf{x}$  を変数とする上記の最小化問題を下位レベル問題、下位レベル問題では固定された  $\mathbf{y}, N$  を変数とする問題を上位レベル問題とする二段階型問題定式化を採用する。上位レベル問題については、総列挙により可能な  $\mathbf{y}, N$  の組合せすべてを調べ、下位レベル問題については上述のPRSと局所探索法の一種である直接探索法(Direct Search; DS)を組み合わせることで精度保証された近似解  $\mathbf{x}$  を得る。

### 4. 数値解析例

2次元アーチ構造の振動モード制御における有効なTMD特性を考える。スパン79m、高さ20.2mの13節点アーチ構造モデルを対象にし、節点5,9にTMDを付加した場合の力学モデルを図1に例示する。TMDを除いた主体構造の各節点質量は6,000kg、総質量は78,000kgであ

る．主体構造における柱部材および梁部材の曲げ剛性はそれぞれ  $2.42 \times 10^9 \text{ N} \cdot \text{m}^2$  ,  $2.77 \times 10^9 \text{ N} \cdot \text{m}^2$  とする．主体構造の固有周期を表1にまとめる．主体構造には1次モードと2次モードに対して減衰定数を2%と与えたRayleigh減衰を仮定する．水平方向の調和地動を入力とし，観測出力は鉛直方向成分のみを考える．応答変位倍率の最大値として周波数応答関数  $\|G\|_\infty$  を描くと，図2に示すようになる．

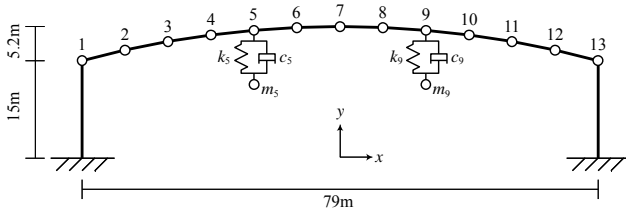


図1 アーチフレームモデル

表1 主体構造の固有周期 (sec)

| 1次    | 2次    | 3次    | 4次    |
|-------|-------|-------|-------|
| 0.934 | 0.789 | 0.364 | 0.222 |

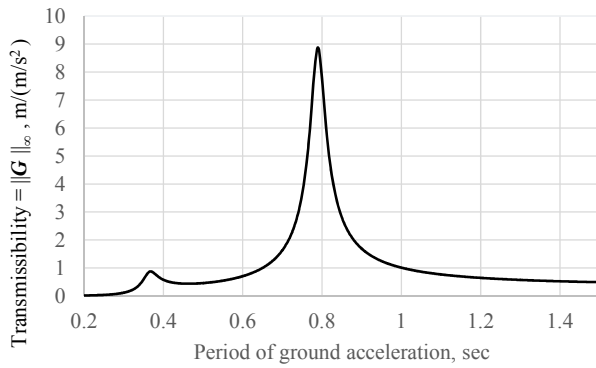


図2 周波数応答関数 (TMDなし)

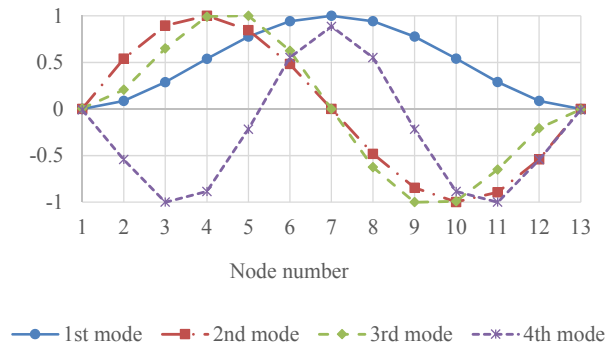


図3 固有モードの鉛直方向成分

TMD配置には対称性を考慮し，左側半分（節点番号1～7）のみを設計対象とし，右側半分には対称となるようにTMDを設置する．片側のTMD設置数  $N$  に対し最大設置数を  $N_{\max} = 3$  ，主体構造に対するTMDの質量比を  $\mu$  とする．このとき，TMDパラメータ  $\mathbf{x}$  の許容集合を

$$\Omega(N) = \left\{ x = (\vec{m}, \vec{c}, \vec{k}) \left| \begin{array}{l} \sum_{j=1}^N m_j \leq \frac{78,000}{2} \mu = 39,000 \mu \text{ kg}; \\ 1 \text{ kg} \leq m_j \leq 39,000 \mu \text{ kg}, \quad j=1, \dots, N; \\ 1 \text{ N/(m/s)} \leq c_j \leq 10^4 \text{ N/(m/s)}, \quad j=1, \dots, N; \\ 1 \text{ N/m} \leq k_j \leq 10^6 \text{ N/m}, \quad j=1, \dots, N \end{array} \right. \right\}$$

と与える．質量比を  $\mu = 10\%$  と与えた場合の設計問題(2)の最適解は

$$\left. \begin{array}{l} m_2 = m_{12} = 123.7 \text{ kg}, \quad m_4 = m_{10} = 3,767 \text{ kg}, \\ c_2 = c_{12} = 80.6 \text{ N/(m/s)}, \quad c_4 = c_{10} = 9,139 \text{ N/(m/s)}, \\ k_2 = k_{12} = 3,739 \text{ N/m}, \quad k_4 = k_{10} = 189,588 \text{ N/m} \end{array} \right\} \quad (6)$$

と得られた．最大配置数を片側3箇所と与えたにも関わらず，最適解では片側2箇所にしかTMDが配置されていない．これはTMDを集中配置することが応答低減には効率的であることを示唆している．ただし，実際のシステムには各種の不確実性が含まれ，システム全体のロバスト性の観点からも望ましいかは更なる検討が必要である．設計解(6)における周波数

応答関数を図4の実線に、比較のためにTMDを設置しない場合のものを図4の点線にそれぞれ示す。伝達関数ノルムの最大値は $1.74\text{N}/(\text{m}/\text{s}^2)$ となり、約80%の応答低減が達せられたことがわかる。設計解(6)の固有周期を表2に、固有モードの鉛直方向成分を図5にそれぞれ示す。TMD配置の最適解では、固有周期では1次と2次に、固有モードの鉛直方向成分では1,3,6次および2,4,5次に、それぞれ近接が生じている。TMDを最適配置すると固有周期・固有モードに重複が生じることが知られている。ただし、定量的にどのように設計すべきか明らかではなかったため、本法の有効性を示すものと言える。

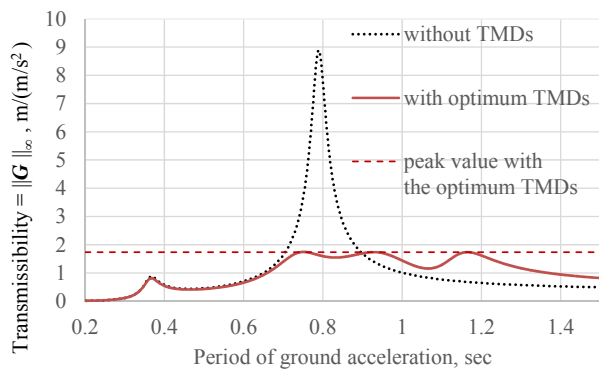


図4 周波数応答関数 ( $\mu=10\%$ )

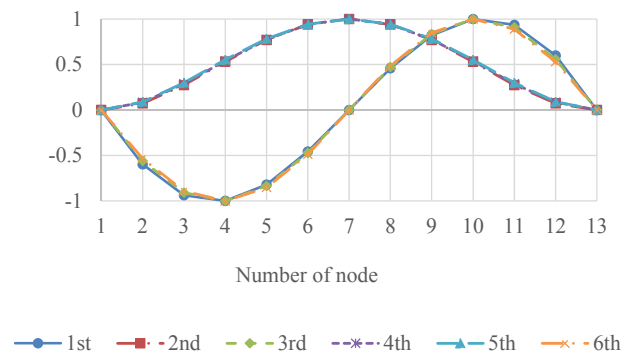


図5 固有モードの鉛直方向成分 ( $\mu=10\%$ )

表2 最適 TMD システムの固有周期 (sec)

| 1次    | 2次    | 3次    | 4次    | 5次    | 6次    |
|-------|-------|-------|-------|-------|-------|
| 1.144 | 1.143 | 0.945 | 0.934 | 0.886 | 0.740 |

実際の構造物に大きな質量を持つTMDを設置することは容易でない。質量比を $\mu=2\%, 5\%$ と制限した場合の最適配置を求めたところ、TMDを1箇所集中配置するような最適解が得られた。これら TMDシステムの周波数応答関数を図6にそれぞれ示す。図6より、 $\mu=2\%$ の場合でもピーク値に近接が確認され、質量比を大きく与えると、重複度がさらに上がることがわかる。よって、質量比が小さい場合でも近接性を考慮に入れる必要があり、質量比を大きくすればするほど近接性の考慮がより重要となる。

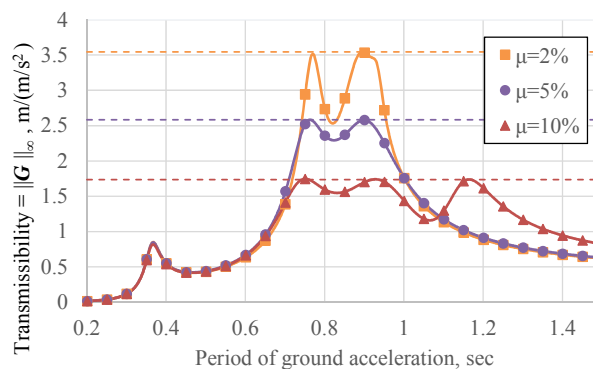


図6 周波数応答関数 ( $\mu=2\%, 5\%, 10\%$ )

### **(実験調査によって得られた新しい知見)**

本研究で得られた知見は以下の通りである。

1. 停止規則に順序統計量を利用したPure Random Search (PRS)を用いれば、ノンパラメトリック片側許容区間の考え方から、設計解の精度を確率的に保証することができる。
2. PRSに直接探索法(DS)を組み合わせることにより、精度を保証した上でさらに良い局所解を発見できる。
3. 主体構造に対するTMDの質量比を2%,5%,10%と指定した各場合において、TMDを集中的に配置することが効率的であるという結果となった。ただし、システム全体のロバスト性の観点からも集中配置が望ましいかは更なる検討が必要である。
4. 大きな質量比を許容したTMDの最適配置においては、固有周期および固有モードに多くの近接が生じることを確認した。本法はそのような近接性が生じる場合にも有効である。
5. より大規模な系に本法を適用する場合に、配置パターンの総列挙を行うことは非現実的となる可能性が高い。このような場合には、配置パターンに対してもTMD特性値と同様にRSを適用するアプローチが有効と考えられる。

### **(発表論文)**

#### **査読審査付き論文**

- [1] 山川誠, 吉中進: 空間構造におけるTMDシステムの順序統計量に基づく確率的最適化法, 構造工学論文集, 日本建築学会, Vol.61B, pp.531-536, 2015年3月.

#### **その他の論文・学会発表(査読無し)**

- [2] 新治若奈, 山川誠, 吉中進: 空間構造におけるTMDシステムの順序統計量に基づく確率的最適化法, 第63回理論応用力学講演会, 日本学術会議, OS10-05, 2014年9月.
- [3] 吉中進, 谷口与史也, 山川誠: 初期変位付与型TMDの制振効果に関する一考察 AMDとの比較と地震力に対する制振効果, 日本建築学会近畿支部研究報告集, 2015年6月. (投稿済・発表予定)
- [4] 吉中進, 谷口与史也, 山川誠: 初期変位付与型TMDの地震力に対する制振効果に関する一考察, 日本建築学会大会学術講演梗概集, 2015年9月. (投稿済・発表予定)